

Olimpiada de matematică – clasa a VII-a
etapa zonală – 11 februarie 2012

1. Să se găsească numerele întregi x și y astfel ca să avem

$$(x - 2y + 3) \cdot (3x + 5y + 2) + (-3x + 5y + 4) \cdot (x + 2y + 5) = 46.$$

2. Dani se joacă cu plăci dreptunghiulare cu dimensiunile de 6cm x15cm. Pune plăcile una lângă alta astfel încât să nu fie spațiu între ele și să nu acopere una pe cealaltă.

a) Câți cm are lungimea laturii pătratului format din 90 de astfel de plăci?

b) De cel puțin câte plăci are nevoie Dani ca să poată forma un pătrat? Justificați răspunsul.

c) Din astfel de plăci poate forma Dani un pătrat cu latura de 1 m? Justificați răspunsul.

3. Fie numerele $a = 925^4 - 2 \cdot 926^2 + 4 \cdot 925 + 3$ și

$$b = 13^4 - 2 \cdot 14^2 + 4 \cdot 13 + 3.$$

a) Calculați \sqrt{a} și \sqrt{b} .

b) Arătați ca numărul b divide numărul a .

4. Fie M simetricul vârfului A al triunghiului ABC față de mijlocul D al laturii BC , iar N un punct pe prelungirea laturii AB dincolo de B , astfel încât $[BN] \equiv [BC]$. Bisectoarea unghiului \widehat{ABC} intersectează dreapta MC în P . Să se demonstreze că:

a) patrulaterul $ABMC$ este paralelogram

b) patrulaterul $BNCP$ este paralelogram

c) punctele N, D, P sint coliniare.

5. Pe diagonala AC a unui romb $ABCD$, luăm punctul I , diferit de intersecția diagonalelor, notat cu O . Se prelungeste BI cu un segment IK astfel incat $BI \equiv IK$. Să se studieze natura patrulaterului cu vârfurile în punctele A, O, D și K în funcție de poziția punctului I .

Dinu Anne-Mary (1, 3, 5), Deák Zsuzsa (2, 4)